НЕОГРАНИЧЕННЫЕ ДИССИПАТИВНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНЫМ СПЕКТРОМ

Москалева Ю. П., ассистент

χ|

В настоящей статье решается вопрос о приведении к простейшему виду неограниченных диссипативных операторов одного класса квазиэрмитовых операторов. Замкнутый оператор A со всюду плотной, в сепарабельном гильбертовом пространстве, облостью определения $D(A)$ называется квазиэрмитовым оператором ранга r или K^r - оператором, если сужение оператора A на область эрмитовости - эрмитов оператор с индексом дефекта (r,r) и $\rho(A) \neq \emptyset$.Минимальной характеристической матрицей-функцией диссипативного K^r -оператора называется матрица-функция $\chi_A(\lambda)$ удовлетворяющая равенству

$$\chi_A^*(-i)\chi_A(\lambda) = I + i(i-\lambda)\left\|((A+iI)R_\lambda(A)g_k, g_m)\right\|,$$

где $\{g_k\}_{k=1}^{r}$ -базис дефектного подпространтва N_{-i} эрмитовой части оператора A.

Рассмотрим класс диссипативных. K^r -операторов без невещественного спектра и существенной особенности в бесконечности. Простая часть операторов этого класса унитарно эквивалентна простой части модельного оператора $\vec{A}$

$$(\vec{A}f)(x) = xf(x) + i\int_x^b f(t)\sigma(t)\sigma^*(x)dt \quad , f \in L_2^r(a,b)$$

а $\sigma(t)$ -суммируемая матрица-функция.

При этом в терминах модели минимальная характеристическая матрица-функция оператора может быть вычислена как

$$\chi_{\vec{A}}(\lambda) = \overleftarrow{\int_a^b} exp\left[-i\frac{\sigma^*(t)\sigma(t)}{t-\lambda}dt\right]$$

Рассмотрим оператор $A = \vec{A}^*$

$$(Af)(x) = xf(x) - i\int_a^x f(x)\sigma(t)\sigma^*(x)dt$$

и $\chi(x,\lambda) = \overrightarrow{\int_a^x} exp\left[i\frac{\sigma^*(t)\sigma(t)}{t-\lambda}dt\right]$, т.е. $\chi_{\vec{A}}^{-1}(\lambda) = \chi(b,\lambda)$

Если обозначить через

$$L_{\pm i} = \langle \frac{e_k}{(x \pm i)^n}, n \in \mathrm{N}, 1 \le k \le r \rangle,$$

то определенный в терминах предельных значений

$$\chi^{\pm}(x,\mu) = \underset{\tau \to +0}{s-\lim}\ \chi(x,\lambda), \quad \lambda = \mu \pm i\tau$$

на прямой сумме линейных многообразий $L_{\pm i}$ оператор

$$B\varphi = B_1\varphi_1 + B_2\varphi_2,$$

$$(B_1\varphi_1)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(\mu)(\chi^-(x,\mu) - \chi^+(x,\mu)) \frac{d\mu}{\mu - i} \sigma^{-1}(x),$$

$$(B_2\varphi_2)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_2(\mu)(\chi^-(x,\mu) - \chi^+(x,\mu)) \frac{d\mu}{\mu + i} \sigma^{-1}(x),$$

$\varphi_1 \in L_i$ и $\varphi_2 \in L_{-i}$ устанавливает подобие оператора A и оператора умножения на независимую переменную в $L_2^r(-\infty,+\infty)$,из которого следует $\vec{A} = B^{-*}Q^*B^*$, где $Q^*f = xf(x)$. Последнее равенство позволяет сделать вывод о подобии произвольного неограниченного диссипативного оператора класса K^r без невещественного спектра и существенной особенности в бесконечности оператору умножения на независимую переменную в $L_2^r(-\infty,+\infty)$.

Литература

1. A.Kuzhel Characteristic Function and Models of Nonself-Adjoint Operators.// Kluwer,Dordrecht.- 1996 г.-273С.
2. А.В. Кужель О приведении неограниченных несамосопряженных операторов к треугольному виду.// Докл. АН СССР.-С.868-871.
3. А.Л. Сахнович Диссипативные операторы с абсолютно непрерывным спектром.// Труды Московск. мат. Общества.-Т.19.-1968 г.-С.211-270.
4. Ю.П. Москалева К вопросу о подобии несамосопряженных диссипативных операторов.// Труды Крымской осенней математической школы.Выпуск 4.-1995 г.-С.42-43.