

УДК 537.612

## ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУХОСНОГО НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Фридман Ю.А., Космачев О.А.<sup>1</sup>

*В работе исследованы спектры связанных магнитоупругих волн двухосного ферромагнетика с биквадратичным взаимодействием в зависимости от величины внешнего магнитного поля. Показано, что динамические свойства магнитоупругих волн и фазовые состояния системы определяются соотношением констант гейзенберговского и биквадратичного обмена. Построена трехмерная фазовая диаграмма исследуемой системы.*

Ключевые слова: биквадратичное взаимодействие, фазовая диаграмма, квазифононы, квазимагноны, спектры

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время вызывает большой интерес исследование магнетиков с более сложным, нежели гейзенберговский обмен, взаимодействием между магнитными ионами [1-4]. В практическом отношении представляется интересным изучение характеристик спектра возбуждений таких магнетиков при изменении внешнего магнитного поля. Важность такого исследования определяется существованием ряда синглетных магнетиков [5,6], которые, как известно, при  $H = 0$  могут находиться в немагнитном состоянии (в так называемых квадрупольных (КУ) фазах), а при наложении достаточно большого внешнего магнитного поля испытывают переход в магнитную фазу. Природа такого метамагнитного перехода может быть различной. В частности, синглетное основное состояние магнетика может быть обусловлено большой величиной одноионной анизотропии (ОА) [3,4,7]. Другой механизм, приводящий к немагнитной фазе при  $H = 0$ , может быть наличие биквадратичного взаимодействия [1,2]. В сильно анизотропных, негейзенберговских магнетиках эти два фактора могут действовать одновременно, формируя особенности как основного состояния, так и спектральных свойств.

Кроме указанных факторов на спектральные характеристики магнетиков (особенно в окрестности ориентационных фазовых переходов (ОФП)) большое влияние оказывает учет магнитоупругого (МУ) взаимодействия [8,9].

В этой связи естественно ожидать, что исследование полевых зависимостей спектров магнитных и звуковых возбуждений для различных областей параметров взаимодействий позволяет получить дополнительные сведения о природе синглетных магнетиков и метамагнитных переходов.

---

<sup>1</sup> Кафедра теоретической физики, E-mail: [MAN@expl.cris.crimea.ua](mailto:MAN@expl.cris.crimea.ua)

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ СВЯЗАННЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН

В качестве исследуемой системы рассмотрим ферромагнитный кристалл с двухосной ОА и биквадратичным обменным взаимодействием, находящийся во внешнем магнитном поле  $\vec{H} \parallel OX$ . Гамильтониан такой системы можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} H = & -H \sum_n S_n^x - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ J(n-n') \vec{S}_n \vec{S}_{n'} + K(n-n') (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 \right\} - B_2^0 \sum_n \left( 3(S_n^z)^2 - S(S-I) \right) - \\ & - B_2^2 \sum_n \frac{1}{2} \left\{ (S_n^+)^2 + (S_n^-)^2 \right\} + \nu \sum_n S_n^i S_n^j u_{ij}(n) + \int dr \left\{ \frac{\lambda + \eta}{2} \sum_i u_{ii}^2 + \eta \sum_{i,j} u_{ij}^2 + \lambda \sum_{i \neq j} u_{ii} u_{jj} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $S_n^i$  – спиновый оператор в узле  $n$ ;  $J(n-n')$ ,  $K(n-n')$  – константы гейзенберговского и биквадратичного взаимодействий, соответственно;  $B_2^0, B_2^2$  – константы ОА;  $\nu$  – константа МУ связи;  $\lambda, \eta$  – упругие модули;  $u_{ij}(n)$  – компоненты тензора упругих деформаций ( $i, j = x, y, z$ ).

Не ограничивая общности, можно считать, что  $B_2^2 > 0$ , поскольку полуплоскость  $B_2^2 < 0$  является лишь зеркальным отражением первой с заменой индекса  $x$  на  $y$ . Таким образом, при  $B_2^2 < 0$  после поворота системы координат вокруг оси  $OZ$  на угол  $\pi/2$ , мы получили бы гамильтониан (1) с заменой  $B_2^2 \rightarrow |B_2^2|$ . Учет влияния внешнего поля, направленного вдоль оси  $OX$ , нарушает симметрию задачи, поэтому, в дальнейших вычислениях мы будем учитывать тот факт, что  $B_2^2 > 0$ . Для простоты вычислений предположим, что спин магнитного иона  $S = I$ .

Точный учет ОА и МУ связи удастся провести, используя технику операторов Хаббарда [9,10], построенных на полном базисе одноионных состояний.

Выделяя в обменной части (1) среднее поле  $\langle S^x \rangle$  и дополнительные поля  $q_2^p$  ( $p = 0, 2$ ), для одноузельного гамильтониана  $H_0(n)$  получаем:

$$\begin{aligned} H_0(n) = & -\bar{H} S_n^x - \tilde{B}_{2n}^0 O_{2n}^0 - \tilde{B}_{2n}^2 O_{n2}^2 + \nu S_n^i S_n^j u_{ij}(n), \end{aligned} \quad (2)$$

где:  $\bar{H} = H + \sum_n \left\{ J(n-n') - \frac{1}{2} K(n-n') \right\} \langle S^x \rangle$ ;  $\tilde{B}_{2n}^0 = B_{2n}^0 + \frac{1}{6} \sum_{n'} K(n-n') q_{2n}^0$ ;

$$\tilde{B}_{2n}^2 = B_{2n}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n'} K(n-n') q_{2n}^2$$
;  $q_{2n}^0 = \langle O_{2n}^0 \rangle$ ,  $q_{2n}^2 = \langle O_{2n}^2 \rangle$ ;  $O_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - 2$ ;
$$O_{2n}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (S_n^+)^2 + (S_n^-)^2 \right\}.$$

Решая с гамильтонианом (2) одноионную задачу  $H_0 \Psi_n(M) = E_M \Psi_n(M)$ , получим собственные функции одноузельного гамильтониана и энергетические уровни магнитного иона с учетом МУ взаимодействия:

$$E_+ = \frac{\tilde{B}_2^0 - \tilde{B}_2^2}{2} + v \left( u_{xx}^{(0)} + \frac{u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}}{2} \right) - \frac{\chi}{2}, \quad E_0 = \frac{\tilde{B}_2^0 - \tilde{B}_2^2}{2} + v \left( u_{xx}^{(0)} + \frac{u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}}{2} \right) + \frac{\chi}{2},$$

$$E_- = \tilde{B}_2^2 - \tilde{B}_2^0 + v \left( u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)} \right), \quad \chi^2 = 4\bar{H}^2 + \left( 3\tilde{B}_{2n}^0 + \tilde{B}_{2n}^2 + v \left( u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)} \right) \right)^2; \quad (3)$$

$$\Psi_n(+)=\cos\theta|+\rangle+\sin\theta|0\rangle; \quad \Psi_n(0)=-\sin\theta|+\rangle+\cos\theta|0\rangle; \quad \Psi_n(-)=|-\rangle. \quad (4)$$

$$\cos 2\theta = \frac{3\tilde{B}_{2n}^0 + \tilde{B}_{2n}^2 + v \left( u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)} \right)}{\chi}, \quad |\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |1\rangle \pm |-1\rangle \right), \quad |0\rangle, |1\rangle, |-1\rangle - \text{собственн}$$

ые функции оператора  $S^z$ ,  $u_{ij}^{(0)}$  - спонтанные деформации, которые определяются из условия минимума плотности свободной энергии, и при низких температурах имеют вид:

$$u_{xx}^{(0)} = -\frac{v(\lambda + \eta)}{\eta(\eta + 3\lambda)}; \quad u_{yy}^{(0)} = -\frac{v(\eta - \lambda)}{\eta(\eta + 3\lambda)} \sin^2 \theta; \quad u_{zz}^{(0)} = -\frac{v(\eta - \lambda)}{\eta(\eta + 3\lambda)} \cos^2 \theta.$$

На собственных функциях (4) одноузельного гамильтониана  $H_0$  построим операторы Хаббарда [9,10]  $X_n^{M'M} \equiv |\Psi_n(M')\rangle\langle\Psi_n(M)|$ , описывающие переход магнитного иона из состояния  $M'$  в состояние  $M$ . В терминах операторов Хаббарда гамильтониан (2) можно представить в виде:

$$H_0(n) = \sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P^\alpha X_n^\alpha,$$

где  $H_n^M \equiv X_n^{MM}$  - диагональные операторы Хаббарда,  $\alpha$  - корневые векторы.

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда определяется стандартным образом, и в нашем случае имеет вид:

$$S_n^+ = (H_n^+ - H_n^0) \sin 2\theta + (X_n^{+0} + X_n^{0+}) \cos 2\theta + (X_n^{-+} - X_n^{+-}) \sin \theta + (X_n^{-0} - X_n^{0-}) \cos \theta$$

$$S_n^- = (S_n^+)^+, \quad S_n^z = (X_n^{+-} + X_n^{-+}) \cos \theta - (X_n^{0-} + X_n^{-0}) \sin \theta. \quad (5)$$

Используя метод функций Грина, подробно описанный в [7,9], удастся получить дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн, справедливое во всем температурном интервале магнитоупорядоченного состояния системы, и при произвольных соотношениях материальных констант. Это уравнение имеет вид:

$$\text{det} \|\delta_{ij} + x_{ij}\| = 0. \quad (6)$$

**СПЕКТРЫ СВЯЗАННЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН И ФАЗОВЫЕ  
ДИАГРАММЫ ДВУХОСНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА**

Проанализируем уравнение (6) при различных соотношениях между константами гейзенберговского и биквадратичного обменов ( $J_0 > K_0$  и  $J_0 < K_0$ ). Для простоты вычислений ограничимся рассмотрением случая низких температур ( $T \ll T_c, T_c$  – температура Кюри).

Рассмотрим наиболее интересный случай, когда волновой вектор совпадает с направлением внешнего поля ( $\vec{k} \parallel OX$ ). В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации являются  $e_l^x, e_l^z, e_\tau^y$ .

Как было показано в [3,4], в отсутствие внешнего поля в системе могут реализоваться четыре фазы: две магнитные ( $\Phi M_x$  – фаза с  $\langle S^y \rangle \parallel OX$  и  $\Phi M_z$  – фаза с  $\langle S^y \rangle \parallel OZ$ ) и две КУ – фазы. При  $H \neq 0$  ( $H$  велико, больше некоторого  $H_c$ ) анализ параметров порядка системы показывает, что в системе не могут существовать КУ – фазы ни при каких значениях материальных констант,  $B_2^0, B_2^2 > 0, K_0, J_0$ , поскольку включение магнитного поля приводит к появлению в системе ненулевого магнитного момента. При  $H \leq H_c$ , система перейдет в квадрупольно – ферромагнитную угловую  $K\Phi M_{zx}$ - фазу, в которой одновременно существуют  $\langle S^x \rangle$  и  $\langle S^z \rangle$  компоненты вектора намагниченности. Поле перехода  $H_c$  определяется из спектров связанных МУ волн. Для этого исследуем дисперсионное уравнение при  $H \geq H_c$ , то есть предполагая что система находится в  $K\Phi M_x$  – фазе, вблизи линии фазового перехода  $K\Phi M_x - K\Phi M_{zx}$ .

Уравнение (6) в этом случае “расщепляется” по поляризациям, и решения его имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_1(k) &= \omega_l(k); \quad \omega_2(k) \approx \omega_\tau(k); \quad \varepsilon_1(k) \approx \chi; \\ \varepsilon_2^2(k) &= \frac{[E_{+-} + J(k)]^2 - [J(k) - K(k)]^2 \cos 2\theta - a_0 [E_{+-} + J(k) - (J(k) - K(k)) \cos 2\theta] \omega_l^2(k) (1 - \cos \theta)}{(E_{+-} + J(k))^2 - (J(k) - K(k))^2 \cos^2 2\theta}, \\ \omega_3^2(k) &= \omega_l^2(k) \left\{ 1 + \frac{[E_{+-} + J(k) - (J(k) - K(k)) \cos 2\theta] a_0 (1 - \cos \theta)}{(E_{+-} + J(k))^2 - (J(k) - K(k))^2 \cos^2 2\theta} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7), что  $l$  – и  $\tau$  – поляризованные фононы с магнитной подсистемой не взаимодействуют;  $\varepsilon_1(k)$  – высокочастотная магнитная ветвь так же с упругой подсистемой не взаимодействует. Низкочастотная квазимагнитная ветвь и  $l$  – поляризованная звуковая волна (квазифононная ветвь  $\omega_3(k)$ ) взаимодействуют друг с другом, образуя гибридованную МУ волну.

Необходимо отметить, что при уменьшении магнитного поля до величины  $H_c$  происходит уменьшение модуля вектора намагниченности до значения  $\langle S^x \rangle_{H=H_c}$ . При  $H = H_c$  система переходит в КФМ<sub>zx</sub> – фазу, а при  $H = 0$  компонента  $\langle S^x \rangle$  обращается в ноль и система переходит в ФМ<sub>z</sub> – фазу [3,4]. Поле  $H_c$  мы трактуем как поле фазового перехода (ФП), и оно определяется из условия размягчения спектра  $t$  – поляризованных квазифононов. При этом, спектр квазифононов имеет вид:

$$\omega_3^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\alpha k^2 + H - H_c}{\alpha k^2 + H - H_c + a_0},$$

где  $\alpha = J_0 R_0^2$ ,  $R_0$  – радиус взаимодействия. Поле ФП равно:

$$H_c = \sqrt{\frac{3B_2^0 - B_2^2}{2} \cdot [\xi - B_2^2 - 3B_2^0 - 2(J_0 - K_0 - a_0)]},$$

$$\xi = \sqrt{[3(B_2^2 - B_2^0) + 2(J_0 - K_0 - a_0)]^2 + 16(3B_2^0 - B_2^2)(J_0 - K_0 - a_0)}.$$

Таким образом, при  $H = H_c$ , в длинноволновом пределе ( $\alpha k^2 \ll a_0$ ) спектр квазифононов размягчается, а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель, равная:

$$\varepsilon_2(0) = \sqrt{a_0(1 - \cos 2\theta_c)[a_0(1 - \cos 2\theta_c) + 2(J_0 - K_0)]},$$

$$\cos 2\theta_c = \cos 2\theta_{H=H_c} = \frac{3(B_2^2 - B_2^0) - 2(J_0 - K_0 - a_0) + \xi}{4(J_0 - K_0 - a_0)}.$$

Таким

образом, ФП КФМ<sub>x</sub> – КФМ<sub>zx</sub> – фаза происходит путем уменьшения модуля вектора намагниченности, то есть не является переориентационным. Однако, в точке ФП мягкой модой является  $t$  – поляризованная квазифононная мода, что характерно для переориентационных фазовых переходов [8]. Следовательно, переориентация в данном случае сводится к повороту главных осей тензора квадрупольных моментов. Такое же поведение наблюдалось в рассматриваемой системе при  $H = 0$  и  $K_0 > J_0$  [4].

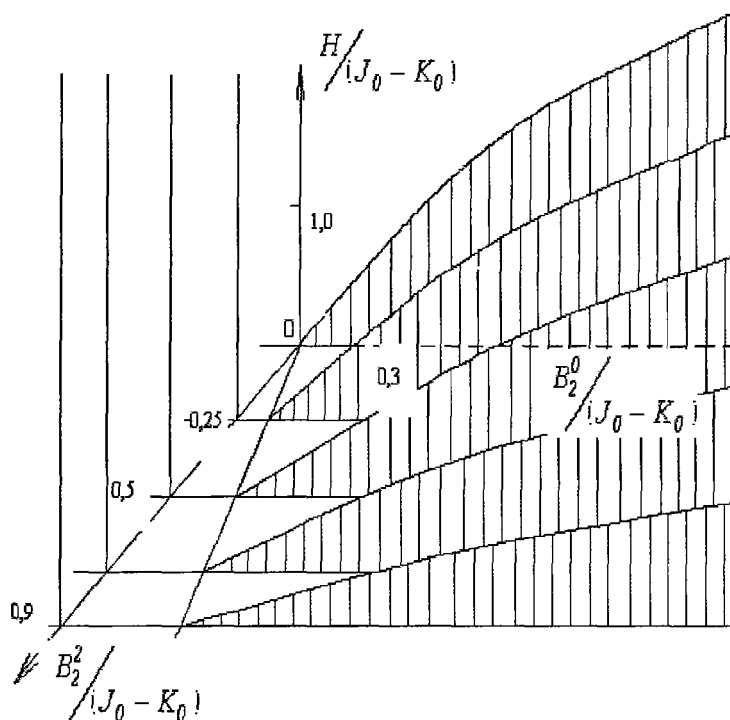


Рис. 1.

Фазовая диаграмма двухосного ферромагнетика с биквадратичным взаимодействием при  $J_0 > K_0$ .

Фазовая диаграмма, соответствующая рассматриваемой ситуации, изображена на рис.1. На этом рисунке приведены несколько ее сечений. Так, область  $B_2^2 < 3B_2^0$ ,  $B_2^2 < J_0 - K_0 - a_0$  при  $H = 0$  отвечает  $\Phi M_z$ -фазе. Включение поля  $H$  вдоль оси  $OX$  приводит к тому, что появляется магнитный момент в плоскости  $ZOX$ , то есть возникает  $K\Phi M_{zx}$  - фаза (заштрихованные области фазовой диаграммы). При достижении критического поля  $H_c$  система переходит в  $K\Phi M_x$  - фазу путем роста модуля вектора намагниченности.

Если биквадратичный обмен превосходит гейзенберговское взаимодействие, то в отсутствие внешнего магнитного поля в системе могут реализовываться только две квадрупольные фазы  $KY_1$  и  $KY_2$  [3,4]. Включение поля приводит к невозможности существования  $KY_1$ - и  $KY_2$  - фаз, поскольку при  $H \neq 0$   $\langle S^x \rangle \neq 0$ . Анализ спектров элементарных возбуждений показывает, что в этом случае не существует значений магнитного поля, при котором в системе появлялась бы компонента намагниченности  $\langle S^z \rangle$ . Таким образом, при  $K_0 > J_0$ ,  $H \neq 0$  система находится в  $K\Phi M_x$  - фазе и не испытывает ФП.

### Список литературы

1. Нагаев Э.Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями. – М.: Наука, 1988.—232 с.
2. Локтев В.М., Островский В.С.// ФНТ- 1994, Т.20, -С. 983-1003.
3. Вальков В.В, Мацулева Г.Н., Овчинников С.Г.// ФТТ-1989, Т. 31, - С.60-68.
4. Мицай Ю.Н, Фридман Ю.А, Кожемяко О.В., Космачев О.А.// ФНТ-1999, Т.25,-С. 690-698.
5. R.Aleonard, P.Morin.// Phys. Rev. –1979, V.19B, -P. 3868-3874.
6. P.Morin, J.Rouchy, D.Schmitt.// Phys. Rev. –1978, V.17B, -P. 3684-3690.
7. Mitsay Yu.N., Fridman Yu.A., Kozhemyako O.V., Kochmanski M.S.// Acta Physica Polonica A.-1999, V.96, -P. 363-369.
8. Туров Е.А, Шавров В.Г.// УФН-1983, Т. 140, -С. 429-452.
9. Мицай Ю.Н., Фридман Ю.А.// ТМФ-1989, Т.81, -С. 263-270.
10. Зайцев Р.О.// ЖЭТФ-1975, Т.68, -С. 207-215.

### Анотація

**Фридман Ю.А., Космачев О.О. Фазові стани двоохосьового негейзенбергієвського ферромагнетика в зовнішньому магнітному полі//Ученые записки ТНУ,2000,99,№1,3 – 4.**

У роботі досліджені спектри пов'язаних магнітопружних хвиль двоохосьового ферромагнетика з біквадратичною взаємодією в залежності від величини зовнішнього магнітного поля. Показано, що динамічні властивості магнітопружних хвиль і фазові стани системи визначаються співвідношенням констант гейзенбергієвського і біквадратичного обміну. Побудовано тривимірну фазову діаграму досліджуваної системи.

Ключові слова: біквадратична взаємодія, фазова діаграма, квазімагнони, квазіфонони, спектри.

### Summary

**Fridman Yu.A., Kosmachev O.A. The phase state of a biaxial nonheisenberg ferromagnet in an exterior magnetic field // Uchenye zapiski TNU, 2000, 99, No.1, 3 — 4.**

In the paper the dependence of coupled magnetoelastic waves spectra for a biaxial ferromagnet with biquadratic exchange on magnitude of external magnetic field one investigated. It is shown, that the dynamic properties of magnetoelastic waves and phase states of a system are determined by the relation of a Heisenberg and biquadratic exchange constants. The three-dimensional phase diagram of system under study is obtained.

Keywords: biquadratic exchange, phase diagram, quasimagnons, quasiphonons, spectra