ТОЛОГИЧЕСКАЯ ФАЗА ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ. СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Воляр А. В., доктор физико-математических наук, профессор

Жилайтис В. З., аспирант

1. Введение

Распространение оптического вихря вдоль маломодового оптического волокна сопровождается прецессией вектора Пойнтинга электромагнитного поля вокруг оси волокна. Эта прецессия является результатом неголономной связи между электромагнитными аналогами орбитального и спинового угловых моментов поля направляемого вихря. Мерой такой неголономной связи является топологическая фаза, которая принимает форму поляризационной поправки $\delta\beta$ к постоянной распространения $\tilde{\beta}$ оптических вихрей волокна [1]. В таком представлении поляризационная поправка $\delta\beta$ характеризует величину расщепления "невозмущенного уровня" постоянной распространения $\tilde{\beta}$. Процесс, вызывающий расщепление уровня $\tilde{\beta}$, можно связать (по аналогии с моделью атома вещества) со спин-орбитальным взаимодействием в поле оптического вихря. Тогда одному расщепленному подуровню будет соответствовать постоянная распространения $\beta_{CV} = \tilde{\beta}_{CV} + \delta\beta_{CV}$ для CV вихря, а другим подуровням – постоянные распространения β_{TE} и β_{TM} – TE и TM собственных мод, соответственно (при $l = 1$).

Целью данной работы явилось построение оператора спин-орбитального взаимодействия для поля оптических CV вихрей, TE и TM мод. Изучение этой проблемы проводилось в рамках формального подхода квантовой механики, на основе теории возмущений.

2. Классификация оптических вихрей.

Собственными модами круглого локально-изотропного оптического волокна являются направляемые циркулярно поляризованные вихри $CV_{\sigma l,m}^{\kappa\sigma}$, характеризуемые азимутальным l, радиальным m, циркулярным σ индексами и индексом спин-орбитальной связи κ:

1) устойчивый, топологически однородный вихрь:

$$CV_{\sigma l,m}^{\sigma} = HE_{l+1,m}^{even} + i\sigma\, HE_{l+1,m}^{odd} \quad \left(\kappa = +1,\, l \geq 1,\, \sigma = \pm 1,\, \beta_1 = \tilde{\beta} + \delta\beta_1\right),$$

2) устойчивый, топологически неоднородный вихрь:

$$CV_{\sigma l,m}^{-\sigma} = EH_{l-1,m}^{even} + i\sigma\, EH_{l-1,m}^{odd} \quad \left(\kappa = -1,\, l > 1,\, \sigma = \pm 1,\, \beta_2 = \tilde{\beta} + \delta\beta_2\right),$$

где HE и EH – гибридные собственные моды волокна в линейно–поляризованном базисе;

3) неустойчивый, топологически неоднородный вихрь:

$IV_{\sigma,m}^{-\sigma} = TM_{0m} + i\sigma\, TE_{0m}$ $(\kappa = -1, l = 1, \sigma = \pm 1)$, для которого TM и TE симметричные моды имеют различные постоянные распространения β. $\delta\beta_i$ – поляризационные поправки к постоянной распространения [2]. В дальнейшем будем полагать, что радиальный индекс $m = 1$.

Можно показать, что компоненты вектора плотности потока энергии **P** для направляемых вихрей имеют вид:

$$P_r = 0, \quad P_\varphi = -\kappa\sigma K F_l(R) G_l^{-\kappa}(R), \quad P_z = K\frac{V}{\sqrt{2\Delta}} F_l^2(R), \tag{1}$$

где $F_l(R)$ – амплитудная функция поля (в случае параболического волокна $F_l(R) = R^l \exp\left(-VR^2/2\right)$), $G_l^{-\kappa} = \dfrac{dF_l}{dR} - \kappa\dfrac{l}{R}F_l$, $K = E_0^2 n_{co}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\dfrac{\sqrt{2\Delta}}{V}$, V – волноводный параметр, Δ – высота профиля показателя преломления, $R = r/\rho$ – радиальная координата, нормированная на радиус сердцевины волокна ρ, n_{co} – показатель преломления сердцевины волокна.

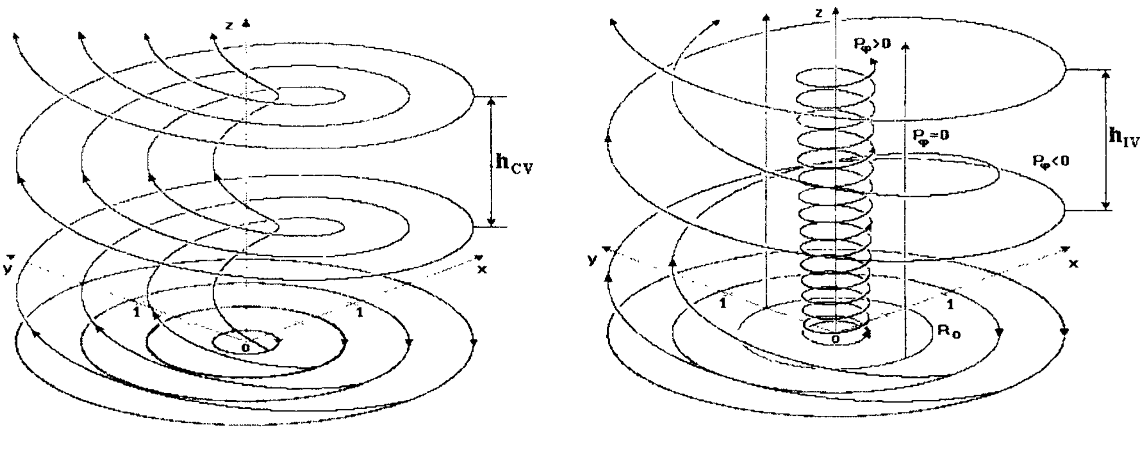

Рис. 1. a. Линии потока энергии устойчивого, топологически однородного CV вихря ($\kappa = +1$, $l = 1$); b. Линии потока энергии неустойчивого, топологически неоднородного IV вихря ($\kappa = -1$, $l = 1$).

Распространение собственных вихрей через оптическое волокно не связано с изменением каких–либо явных параметров волны, тем не менее, наличие P_φ компоненты энергетического потока вызывает п р е ц е с с и ю вектора Пойнтинга вокруг оси z. Поток энергии можно характеризовать с помощью "силовых" линий. "Силовые" линии вектора Пойнтинга (рис. 1) (1) для однородных и неоднородных вихрей имеют вид спиральных траекторий. Поток энергии $CV_{\sigma l}^{\sigma}$ вихрей содержит топологически однородное поле винтовых линий (рис. 1, а). Для $CV_{\sigma l}^{-\sigma}$ вихрей поле вектора

Пойнтинга содержит два типа спиральных траекторий, различающихся шагом и направлением закручивания (рис. 1, b), и разделенных системой прямых линий.

3. Оператор спин-орбитального взаимодействия.

В работе [1] мы связали топологическую фазу со спин-орбитальным взаимодействием в оптическом вихре, основываясь на соответствии полученных нами результатов с результатами других работ [2]. Воспользуемся формальным соответствием волнового уравнения света в неоднородной среде с уравнением Шредингера и выясним какому оператору физической величины соответствует наблюдаемое значение поляризационной поправки $\delta\beta$.

Запишем векторное волновое уравнение для света в неоднородной среде [2]:

$$\left(\nabla_\perp^2 + n^2(r)k^2 - \beta^2\right)\mathbf{e}_\perp = -\nabla_\perp\left(\mathbf{e}_\perp \nabla_\perp \ln n^2(r)\right), \tag{2}$$

где индекс $\perp$ указывает на поперечные компоненты векторов, β – постоянная распространения собственных мод в оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления $n^2(r) = n_{co}^2\left(1 - 2\Delta f(r)\right)$. Если показатели преломления сердцевины n_{co} и оболочки n_{cl} близки по величине, т. е. параметр Δ мал, то уравнение (2) в первом приближении теории возмущений можно переписать в виде [2]:

$$\left(\nabla_\perp^2 + n^2(r)k^2 - \tilde{\beta}^2\right)\tilde{\mathbf{e}}_\perp = 0. \tag{3}$$

Уравнение (3) не учитывает поляризационные свойства поля, и поэтому называется скалярным волновым уравнением. Векторные свойства полей учитываются трансформацией скалярной амплитуды поля $\tilde{\mathbf{e}} \to \mathbf{e}$ и постоянной распространения $\tilde{\beta} \to \beta$, так что $\beta = \tilde{\beta} + \delta\beta$, где $\delta\beta$ – поляризационная поправка. Найдем выражение для $\delta\beta$. Можно показать, что для всех собственных полей оптического волокна:

$$\delta\beta = 2\Delta A \int_S \tilde{e}_i^* \partial_i f\, \partial_k \tilde{e}_k dS, \tag{4}$$

где введено сокращение $\dfrac{\partial}{\partial q} \equiv \partial_q$. Подинтегральное выражение в (4) представим как:

$$\tilde{e}_i^* \partial_i f\, \partial_k \tilde{e}_k = (\tilde{e}_x^*, \tilde{e}_y^*) \begin{pmatrix} \partial_x f\, \partial_x & \partial_x f\, \partial_y \\ \partial_y f\, \partial_x & \partial_y f\, \partial_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_y \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Матричный дифференциальный оператор $\hat{\mathbf{V}}$ в выражении (5) разложим по матрицам Паули: $\hat{\mathbf{V}} = \hat{\sigma}_0 \hat{\mathbf{V}}_0 + \hat{\sigma}_1 \hat{\mathbf{V}}_1 + \hat{\sigma}_2 \hat{\mathbf{V}}_2 + \hat{\sigma}_3 \hat{\mathbf{V}}_3$, где

$$\hat{\mathbf{V}}_0 = \frac{1}{2}\partial_r f\, \partial_r; \qquad \hat{\mathbf{V}}_3 = \frac{i}{2r}\partial_r f\, \partial_\varphi;$$

$$\hat{\mathbf{V}}_1 = \frac{1}{2}\partial_r f\left(\cos 2\varphi\,\partial_r - \frac{1}{r}\sin 2\varphi\,\partial_\varphi\right); \quad \hat{\mathbf{V}}_2 = \frac{1}{2}\partial_r f\left(\sin 2\varphi\,\partial_r + \frac{1}{r}\cos 2\varphi\,\partial_\varphi\right). \tag{6}$$

При переходе в цилиндрическую систему координат, мы ограничились случаем осесимметричного волокна ($\partial_\varphi f = 0$). Удобно представить оператор $\hat{\mathbf{V}}$ в виде:

$$\hat{\mathbf{V}} = \frac{1}{2\rho^2}\frac{\partial f}{\partial r}\left(\hat{\mathbf{D}} + \hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}\right), \text{ где } \hat{\mathbf{D}} = \hat{\sigma}_0\frac{\partial}{\partial R} + \frac{i}{R}\hat{\sigma}_3\frac{\partial}{\partial\varphi},$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\sigma}_1\cos 2\varphi + \hat{\sigma}_2\sin 2\varphi = \begin{pmatrix}\cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & -\cos 2\varphi\end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix}0 & e^{-i2\varphi} \\ e^{i2\varphi} & 0\end{pmatrix}_C. \tag{7}$$

Индекс L указывает на представление матричных операторов в линейно–поляризованном базисе, а индекс C – на циркулярно поляризованный базис.

В таблице 1 приведены результаты действия операторов $\hat{\mathbf{D}}$ и $\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}$ на поля собственных мод волокна. Из таблицы видно, что действие этих операторов на циркулярно поляризованные CV вихри существенно отличается от их действия на линейно–поляризованные азимутально симметричные поля TE и TM мод. Опертор $\hat{\mathbf{D}}$ осуществляет преобразование радиального распределения поля: $F_l(R) \Rightarrow G_l^{-\kappa}(R)$. Матрицу $\hat{\mathbf{T}}$ можно представить в виде произведения матрицы Паули $\hat{\sigma}_1$ и оператора вращения на угол 2φ :

$$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\sigma}_1\hat{\mathbf{R}}(2\varphi) = \begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi\end{pmatrix}. \tag{8}$$

Оператор вращения $\hat{\mathbf{R}}$ преобразует величину топологического заряда $l \Rightarrow l + 2\kappa$. Матрица $\hat{\sigma}_1$ преобразует направление циркуляции на противоположное $\sigma^+ \Leftrightarrow \sigma^-$. Действие оператора $\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}$ на поля $\tilde{\mathbf{e}}$ для CV вихрей преобразует их в ортогональные модовые состояния. Поэтому вклад в поляризационную поправку $\delta\beta$ дает только оператор $\hat{\mathbf{D}}$, который не изменяет состояние поляризации поля, и не преобразует фазу поля. Иначе сказывается действие операторов $\hat{\mathbf{D}}$ и $\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}$ на поля TE и TM мод. Здесь вклад в изменение поля вносят обе части оператора $\hat{\mathbf{V}}$.

Таблица 1.

Преобразование полей и их постоянных распространения.

	$\kappa=+1\ \ l\geq 1$, $\kappa=-1\ \ l>1$, $\sigma=\pm 1$ $\underline{CV^{\kappa\sigma}_{\sigma l}}$	$\kappa=-1\ \ l=1$ TM	$\kappa=-1\ \ l=1$ TE
$\lvert\tilde{\mathbf{e}}\rangle$ e_x	$\frac{1}{\sqrt{2}}F_l\, e^{i\sigma l\varphi}$	$F_1\cos\varphi$	$F_1\sin\varphi$
e_y	$\frac{i\kappa\sigma}{\sqrt{2}}F_l\, e^{i\sigma l\varphi}$	$F_1\sin\varphi$	$-F_1\cos\varphi$
$\hat{\mathbf{D}}\lvert\tilde{\mathbf{e}}\rangle$ e_x	$\frac{1}{\sqrt{2}}G_l^{-\kappa}\, e^{i\sigma l\varphi}$	$G_1^+\cos\varphi$	$G_1^+\sin\varphi$
e_y	$\frac{i\kappa\sigma}{\sqrt{2}}G_l^{-\kappa}\, e^{i\sigma l\varphi}$	$G_1^+\sin\varphi$	$-G_1^+\cos\varphi$
$\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}\lvert\tilde{\mathbf{e}}\rangle$ e_x	$\frac{1}{\sqrt{2}}G_l^{-\kappa}\, e^{i\sigma(l+2\kappa)\varphi}$	$G_1^+\cos\varphi$	$-G_1^+\sin\varphi$
e_y	$\frac{-i\kappa\sigma}{\sqrt{2}}G_l^{-\kappa}\, e^{i\sigma(l+2\kappa)\varphi}$	$G_1^+\sin\varphi$	$G_1^+\cos\varphi$
$a\langle\tilde{\mathbf{e}}\lvert\frac{\partial f}{\partial R}\hat{\mathbf{D}}\rvert\tilde{\mathbf{e}}\rangle$	$I_l^{-\kappa}$	I_1^+	I_1^+
$a\langle\tilde{\mathbf{e}}\lvert\frac{\partial f}{\partial R}\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}}\rvert\tilde{\mathbf{e}}\rangle$	0	I_1^+	$-I_1^+$
$\delta\beta$	$I_l^{-\kappa}$	$2I_1^+$	0
$\delta\beta\ (f=R^2)$	$-\kappa(l+\kappa)\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{2\rho V}$	0	0

В таблице использованы обозначения:

$$a=\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\rho V}\frac{1}{\langle\tilde{\mathbf{e}}|\tilde{\mathbf{e}}\rangle},\quad \delta\beta=\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\rho V}\frac{\langle\tilde{\mathbf{e}}|\frac{\partial f}{\partial R}(\hat{\mathbf{D}}+\hat{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{D}})|\tilde{\mathbf{e}}\rangle}{\langle\tilde{\mathbf{e}}|\tilde{\mathbf{e}}\rangle},\quad I_l^{-\kappa}=\frac{(\sqrt{2\Delta})^3}{4\rho V}\int_0^\infty\frac{\partial f}{\partial R}F_l\,G_l^{-\kappa}\,RdR\Big/\int_0^\infty F_l^2\,RdR.$$

Литература.

1. Воляр А. В., Жилайтис В. З., Фадеева Т. А., Шведов В. Г. Топологическая фаза оптических вихрей в маломодового волокна // Письма в ЖТФ. 1998. (принято к печати).
2. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. – М.: Радио и Связь, 1987. – 656 с.