СПЕКТРЫ СВЯЗАННЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН В КУБИЧЕСКОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С БОЛЬШОЙ ОДНОИОННОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Кожемяко О. В. – аспирант, Эйнгорн Б. Л., студент 5 курса,

Фридман Ю. А., к.ф.-м. н., доцент кафедры теоретической физики

Введение.

Учёт магнитоупругого (МУ) взаимодействия в области ориентационного фазового перехода (ОФП) приводит к интересным динамическим эффектам [1].Традиционная схема исследования МУ связи, качественно хорошо описывает динамику системы, но существенно ограничена областью низких температур и малыми значениями констант одноионной анизотропии (ОА). В последнее время, большой интерес вызывает исследование систем с большой ОА, константа которой сравнима и даже превосходит константу обменного взаимодействия. Этот интерес обусловлен тем, что в таких системах реализуются чисто квантовые эффекты [2]. Поэтому представляет интерес исследовать спектры связанных МУ волн сильно анизотропного кубического ферромагнетика с точным учётом ОА.

Решение одноионной задачи и гамильтониан трансформаций.

Рассмотрим гейзенберговский ферромагнетик с одноионной кубической анизотропией, описываемый гамильтонианом:

$$
\begin{aligned}
\hat{H} = & -H\sum_{n} S_n^z - \tfrac{1}{2}\sum_{n,n'} J(n-n')\vec{S}_n\vec{S}_{n'} - \tfrac{K_1}{2}\sum_{n}\left\{\left(S_n^x\right)^4 + \left(S_n^y\right)^4 + \left(S_n^z\right)^4\right\} + \\
& + \tfrac{K_2}{6}\sum_{n}\left\{\begin{array}{l}\left(S_n^x\right)^2\left(S_n^y\right)^2\left(S_n^z\right)^2 + \left(S_n^x\right)^2\left(S_n^z\right)^2\left(S_n^y\right)^2 + \left(S_n^y\right)^2\left(S_n^x\right)^2\left(S_n^z\right)^2 + \\ + \left(S_n^y\right)^2\left(S_n^z\right)^2\left(S_n^x\right)^2 + \left(S_n^z\right)^2\left(S_n^x\right)^2\left(S_n^y\right)^2 + \left(S_n^z\right)^2\left(S_n^y\right)^2\left(S_n^x\right)^2\end{array}\right\} + \\
& + B_1\sum_{n}\left\{\left(S_n^x\right)^2 U_{xx} + \left(S_n^y\right)^2 U_{yy} + \left(S_n^z\right)^2 U_{zz}\right\} + \\
& + B_2\sum_{n}\left\{\left(S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x\right)U_{xy} + \left(S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x\right)U_{xz} + \left(S_n^z S_n^y + S_n^y S_n^z\right)U_{yz}\right\} + \\
& + \int dr\left\{\begin{array}{l}\frac{C_{11}}{2}\left(U_{xx}^2 + U_{yy}^2 + U_{zz}^2\right) + 2C_{44}\left(U_{xy}^2 + U_{yz}^2 + U_{xz}^2\right) + \\ + C_{12}\left(U_{xx}U_{yy} + U_{xx}U_{zz} + U_{yy}U_{zz}\right)\end{array}\right\},
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

где H –внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси OZ $(H \parallel OZ)$; S_n^α -спиновый оператор в узле n $(\alpha = x, y, z)$; $J(n-n')$ -обменное взаимодействие; K_1, K_2 -константы ОА; B_1, B_2 - константы МУ взаимодействия; $U_{ij}(n)$ - компоненты тензора деформаций; C_{ij} - упругие модули.

Предположим, что спин магнитного иона равен 2 (S=2), $H \parallel OZ \parallel \langle S_n^z \rangle$ т.е. мы находимся в ферромагнитной фазе. Дальнейшие вычисления будем проводить используя технику операторов

Хаббарда [5]. Решая с одноузельным гамильтонианом одноионную задачу, получим собственные функции гамильтониана $\widetilde{H}$ и энергетические уровни магнитного иона с учётом МУ взаимодействия:

$$\begin{aligned}
&\psi_n(2) = \cos\theta|2\rangle + \sin\theta|-2\rangle; \\
&\psi_n(1) = |1\rangle; \\
&\psi_n(0) = |0\rangle; \qquad (2.2)\\
&\psi_n(-1) = |-1\rangle; \\
&\psi_n(-2) = \cos\theta|-2\rangle + \sin\theta|2\rangle;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\widetilde{E}_2 = -\tfrac{21}{2}K_1 - \sqrt{4\overline{H}^2 + K^2} + B_1\left(U_{xx}^{(o)} + U_{yy}^{(o)} + 4U_{zz}^{(o)}\right) \\
&\widetilde{E}_1 = 4K_2 - 9K_1 - \overline{H} + \tfrac{B_1}{2}\left(5U_{xx}^{(o)} + 5U_{yy}^{(o)} + 2U_{zz}^{(o)}\right) \\
&\widetilde{E}_o = -4K_2 - 12K_1 + 3B_1\left(U_{xx}^{(o)} + U_{yy}^{(o)}\right) \qquad (2.3)\\
&\widetilde{E}_{-1} = 4K_2 - 9K_1 + \overline{H} + \tfrac{B_1}{2}\left(5U_{xx}^{(o)} + 5U_{yy}^{(o)} + 2U_{zz}^{(o)}\right) \\
&\widetilde{E}_{-2} = -\tfrac{21}{2}K_1 + \sqrt{4\overline{H}^2 + K^2} + B_1\left(U_{xx}^{(o)} + U_{yy}^{(o)} + 4U_{zz}^{(o)}\right)
\end{aligned}$$

где $K \equiv \frac{3}{2}K_1 + 4K_2$ -эффективная константа ОА; $\overline{H} = J_o\langle S_n^z\rangle + H$; $cos^2\theta = 1/2 + \overline{H}/\sqrt{4\overline{H}^2 + K^2}$; $U_{ij}^{(o)}$ - спонтанные деформации, отвечающие магнитострикционным явлениям.

На базисе собственных функций $\psi_n(M)$ одноузельного гамильтониана построим операторы Хаббарда $X_n^{M'M}$. Используя связь спиновых операторов с операторами Хаббарда, получим:

$$\begin{aligned}
S^+ &= 2\cos\theta\left(X^{21} + X^{-1-2}\right) + 2\sin\theta\left(X^{-12} - X^{-21}\right) + \sqrt{6}\left(X^{10} + X^{0-1}\right) \\
S^z &= 2\cos\theta\left(X^{22} - X^{-2-2}\right) - 2\sin\theta\left(X^{2-2} + X^{-22}\right) + \left(X^{11} - X^{-1-1}\right)
\end{aligned} \qquad (2.4)$$

Это представление позволяет сравнительно просто вычислить $\langle S_n^z\rangle$,поскольку задача сводится к вычислению средних от операторов Хаббарда. В области $4J_o < K$, средняя намагниченность с точностью до $1/K^3$ равна: $\langle S_n^z\rangle = 4\frac{H}{K} + 16\frac{H}{K}\frac{J_o}{K} - 8\frac{H^3}{K^3} + 64\frac{H}{K}\frac{J_o^2}{K^2}$. (2.5)

Из (2.5) видно, что для $H<K$ средняя намагниченность сильно анизотропного ферромагнетика $(K>>J_o)$ меньше максимально возможной $\left(\langle S_n^z\rangle_{\max} = 2\right)$

Спонтанные деформации определим, минимизируя свободную энергию. При условии $T << T_c$ они имеют вид: $U_{xx}^{(o)} = U_{yy}^{(o)} = \dfrac{B_1(C_{11} - 4C_{12})}{2C_{12}^2 - C_{11}(C_{11} + C_{12})}; U_{zz}^{(o)} = \dfrac{2B_1(2C_{11} + C_{12})}{2C_{12}^2 - C_{11}(C_{11} + C_{12})}$ (2.6)

Представим компоненты тензора упругих деформаций в виде: $U_{ij} = U_{ij}^{(o)} + U_{ij}^{(1)}$ (2.7)

Квантуя динамическую часть тензора U_{ij}, для гамильтониана, описывающего процессы трансформации магнона в фонон и обратно получим: $\hat{H}_{tr} = \sum_n\left(\sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P_\alpha X_n^\alpha\right)$ (2.8) где $P_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k,\lambda}\left(b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+\right)T_n^{M(\alpha)}(k,\lambda)$, α -корневой вектор; N-количество узлов в решётке; $b_{k,\lambda}\left(b_{-k,\lambda}^+\right)$ - операторы рождения (уничтожения) фононов с поляризацией $\lambda(\lambda = l,\tau,t)$; k - волновой вектор;

$T_n^{M(\propto)}(k,\lambda)$ - амплитуды трансформаций, имеющие громоздкий вид, поэтому мы их здесь не приводим.

Дисперсионное уравнение связанных МУ волн.

Хорошо известно, что полюса функции Грина определяют спектры элементарных возбуждений системы. Поэтому для определения спектров связанных МУ волн определим функцию Грина следующим образом:

$$G^{\propto\propto'}(n,\tau,n',\tau') = -\left\langle \hat{T}\tilde{X}_n^{\propto}(\tau)\tilde{X}_{n'}^{\propto'}(\tau')\right\rangle , \qquad (3.1)$$ где

$\hat{T}$ - оператор Вика, $\tilde{X}_n^{\propto}(\tau)$ - оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении.

В (3.1) усреднение ведётся с полным гамильтонаном $\hat{H} = \hat{H}_{\text{int}} + \hat{H}_{tr}$,

где $\hat{H}_{int} = -\frac{1}{2}\sum\limits_{n,n'}\frac{J(n-n')}{2}\left(\left(S_n^+S_{n'}^- + S_n^-S_{n'}^+\right) + 2\left(S_n^z - \langle S\rangle\right)\left(S_{n'}^z - \langle S\rangle\right)\right)$.

Связь операторов Хаббарда со спиновыми операторами в общем случае имеет вид:

$$S^+ = \sum_M \Gamma_\perp(M)H^M + \sum_\alpha \gamma_\perp(\propto)X^\alpha; S^- = \left(S^+\right); S^z = \sum_M \Gamma_{//}(M)H^M + \sum_\propto \gamma_{//}(\propto)X^\propto. \qquad (3.2)$$

Дальнейшие вычисления будем проводить в приближении среднего поля, поэтому нам достаточно учесть «поперечную» часть гамильтониана $\hat{H}_{int}$, которая в терминах операторов Хаббарда может быть представлена следующим образом:

$$\hat{H}_{int}^{\perp} = -\frac{1}{2}\sum_{n,n'}\frac{J(n-n')}{2}A_i^{-\varkappa}B_j^{\beta}X_n^{\varkappa}X_{n'}^{\beta} \qquad (3.3)$$ где A и

B имеют следующий вид:

$$A_1 = 2\begin{pmatrix}\gamma_{//}(-\propto)\\ o\end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix}\gamma_\perp^*(\propto)\\ o\end{pmatrix}; A_3 = \begin{pmatrix}\gamma_\perp(-\propto)\\ o\end{pmatrix}; B_1 = \begin{pmatrix}\gamma_{//}(\beta)\\ o\end{pmatrix}; B_2 = \begin{pmatrix}\gamma_\perp(\beta)\\ o\end{pmatrix}; B_3 = \begin{pmatrix}\gamma_\perp^*(-\beta)\\ o\end{pmatrix}. \qquad (3.4)$$

Аналитически, уравнение типа Ларкина для полной функции Грина исследуемой системы, можно представить так:

$$\begin{aligned}G^{\propto\propto'}(k,\omega_n) &= \Sigma^{\propto\propto'}(k,\omega_n) - \tfrac{1}{2}\Sigma^{\propto\propto_1}(k,\omega_n)J(k)A_i^{\propto_1}B_i^{\propto_2}G^{\propto_2\propto'}(k,\omega_n) + \\ &+ \Sigma^{\propto\propto_1}(k,\omega_n)T^{-\propto_1}(k,\lambda)D_\lambda(k,\omega_n)T^{\propto_2}(-k,\lambda)G^{-\propto_2\propto'}(k,\omega_n).\end{aligned} \qquad (3.5)$$

где $\Sigma^{\propto\propto'}(k,\omega_n)$ - неприводимая по Ларкину часть; $D_\lambda(k,\omega_n)$ - функция Грина невзаимодействующего фонона с λ-поляризацией, имеет следующий вид: $D_\lambda(k,\omega_n) = \dfrac{2\omega_\lambda(k)}{\omega_n^2 - \omega_\lambda^2(k)}$

(3.6)

Дисперсионное уравнение, описывающее спектральную зависимость связанных МУ волн, имеет следующий вид:

$$\det\left\|\delta_{ij}+\tfrac{1}{2}J(k)A_{ji}+\tfrac{1}{2}J(k)d_{j\lambda}E_i\frac{D_\lambda(k,\omega_n)}{1-Q_{\lambda\lambda}D_\lambda(k,\omega_n)}\right\|=0 \qquad (3.7)$$

где введены следующие обозначения: $A_{ji}=B_j^{\propto}G_o^{\propto}b(\propto)A_i^{\propto}$; $G_o^{\propto}$ -нулевая функция Грина.

Заметим, что полученное дисперсионное уравнение справедливо при произвольных температурах (вплоть до T_c) и произвольных значениях констант ОА.

Решение дисперсионного уравнения.

Рассмотрим решение уравнения (3.7) для случая $T << T_c$ и $K >> J_o$. Предположим, что волновой вектор направлен вдоль оси OZ $(\vec{k}\,//\,OZ)$. В такой геометрии отличными от нуля компонентами вектора поляризации являются e_τ^x, e_t^y, e_l^z.

Рассмотрим решение уравнения (3.7) для случая t – поляризованной МУ волны .

Анализ дисперсионного уравнения показывает, что для спектр высокочастотной магнонной ветви, имеет следующий вид:

$$E(k)=2K\left(1+2\frac{\overline{H}^2}{K^2}\right)\left(1-\frac{J(k)}{K}\left(1-2\frac{\overline{H}^2}{K^2}\right)+2\frac{J(k)\overline{H}}{K^2}\left(1-2\frac{\overline{H}^2}{K^2}\right)\right), \qquad (4.1)$$

а спектр продольно поляризованных фононов имеет вид: $\omega_n^2=\omega_l^2$ (4.2)

Из (4.2) видно, что l –поляризованные фононы не взаимодействуют с магнитной подсистемой.

Разрешая уравнение (3.7) относительно спектров квазимагнонной ветви и спектров квазифононной ветви, получим соответственно:

$$E_{\kappa м}(k)=\left[\begin{array}{l}(\xi k^2)^2\frac{4\overline{H}^2}{K^2}-2(\xi k^2)J_o\frac{4\overline{H}^2}{K^2}+4\overline{H}^4\left(\frac{1}{K^2}+\frac{2J_o+9a_o}{K^3}\right)-\\ -\overline{H}^2\left(1-36\frac{b_o}{K}+36\frac{J_oa_o}{K^2}+\frac{4}{K}(2J_o+9a_o)\right)+9(b_o-a_o)(9b_o-2J_o)+\tilde{\Delta}\end{array}\right]^{\frac{1}{2}}-\overline{H}-2J_o\frac{\overline{H}}{K}\left(1-2\frac{\overline{H}^2}{K^2}\right), \qquad (4.3)$$

$$\omega_{\kappa.ф}^2=\omega_t^2\frac{\xi k^2+4\overline{H}^4\left(\frac{1}{K^2}+\frac{2J_o+9a_o}{K^3}\right)-\overline{H}^2\left(1-36\frac{b_o}{K}+36\frac{J_oa_o}{K^2}+\frac{4}{K}(2J_o+9a_o)\right)+9(b_o-a_o)(9b_o-2J_o)}{\xi k^2+4\overline{H}^4\left(\frac{1}{K^2}+\frac{2J_o+9a_o}{K^3}\right)-\overline{H}^2\left(1-36\frac{b_o}{K}+36\frac{J_oa_o}{K^2}+\frac{4}{K}(2J_o+9a_o)\right)+9(b_o-a_o)(9b_o-2J_o)+\Delta}, \qquad (4.4)$$

где величины ξ, $\tilde{\Delta}$, Δ, a_o и b_o определяются следующими выражениями:

$\xi\equiv\frac{1}{2}J_oR^2$, R-раднус взаимодействия,

$$\Delta=\frac{9}{2}a_o\left(1-\frac{J_o}{2}\frac{1+2\frac{\overline{H}^2}{K^2}}{\frac{\overline{H}^4}{K^3}-\frac{\overline{H}^2}{K}-\frac{9}{4}b_o}\right)>O, \quad a_o=\frac{B_2^2}{C_{44}}, b_o=\frac{B_1^2}{C_{11}-C_{12}} \qquad (4.5)$$

Исследуем плотность свободной энергии системы f. Разложим f в ряд по степеням параметра порядка $\langle S_n^z \rangle$:

$$f = a_o + a_1\langle S_n^z \rangle + a_2\langle S_n^z \rangle^2 + a_3\langle S_n^z \rangle^3 + a_4\langle S_n^z \rangle^4 + \dots \tag{4.6}$$

где коэффициенты a_i зависят от материальных констант и имеют весьма громоздкий вид, поэтому мы их здесь не приводим.

Мы видим, что вид f отличен от стандартного выражения Ландау-Лифшица наличием слагаемых с нечетными степенями $\langle S_n^z \rangle$. Такой вид свободной энергии характерен для ФП 1–го рода,при этом система имеет два характерных поля: поле устойчивости системы H_A и поле перехода H_O .Они имеют следующий вид:

$$H_A = \frac{K}{2}\left(1 - 18\frac{(b_o - a_o)(9b_o - 2J_o)}{K^2}\right) \quad (4.7) \quad H_O = 3\sqrt{(b_o - a_o)(9b_o - 2J_o)}\left(1 + 18\frac{b_o - a_o}{K} - 4\frac{J_o}{K} - 18\frac{J_o a_o}{K^2}\right) \quad (4.8)$$

Из (4.5), (4.6) видно, что в длинноволновом пределе $(\xi k^2 << \Delta)$ при $H = H_A$ спектр квазифононов размягчается $\omega_n^2 = \omega_t^2 \frac{\xi k^2}{\Delta}$,а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель: $E(k) = \sqrt{\tilde{\Delta}}$.

Заключение.

Влияние МУ взаимодействия на динамику исследуемой системы является определяющим в окрестности ОФП.

В точке ОФП мягкой модой является уже не магнонная ветвь возбуждений, а квазифононная. В спектре квазимагнонов появляется МУ щель.

Необходимо отметить, что в отличие от систем со слабой анизитропией, в исследуемой системе с сильной анизотропией ОФП являтся не ФП 2–го рода, а ФП 1-го рода.

Литература.

1.Туров Е.А., Шавров В.Г., УФН, 140 ., 3, 429 (1983).

2.Вальков В.В., Валькова Т.А. ТМФ 59 , 3, 453 (1984).

3. Локтев В.М., Островский В.С. УФЖ, 23 , 10,1.

4.Зайцев Р.О. ЖЭТФ, 63 , 1, 207 (1975).

5.Мицай Ю.Н., Фридман Ю.А. ТМФ, 81 , 2, 263 (1989).